

Cotação da 1º Parte: 8 Valores. As respostas são efectuadas no espaço a seguir disponível. A cotação das perguntas de Verdadeiro e Falso é feita sempre da mesma maneira. No decorrer da prova não serão prestados quaisquer esclarecimentos. Não pode utilizar calculadora nem qualquer meio de consulta. BOA SORTE!

Nome: _____ Número: _____

Formulário

Axiomática: P1. $P(A) \geq 0$ P2. $P(\Omega) = 1$ P3. Se $A \cap B = \emptyset$ então $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

$$\text{Var}(X) = E(X - \mu)^2 = E(X^2) - \mu^2; \text{Cov}(X, Y) = E\{(X - \mu_X)(Y - \mu_Y)\} = E(XY) - E(X)E(Y); \rho_{X,Y} = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sigma_X \sigma_Y}$$

$$E(aX + bY) = aE(X) + bE(Y); \text{Var}(aX + bY) = a^2 \text{Var}(X) + b^2 \text{Var}(Y) + 2ab \text{Cov}(X, Y); E(Y) = E_X[E(Y | X)];$$

Função geradora de momentos: $M_X(s) = E(e^{sX})$; $E(X^r) = M_X^{(r)}(0)$

$$X \sim \text{Po}(\lambda) \Rightarrow f(x) = (e^{-\lambda} \lambda^x) / x! (\lambda > 0, x = 0, 1, \dots); X \sim B(n, \theta) \Rightarrow f(x) = \binom{n}{x} \theta^x (1 - \theta)^{n-x} (n > 1, x = 0, 1, \dots, n)$$

$$X \sim \text{Ex}(\lambda) \Rightarrow F(x) = 1 - e^{-\lambda x} (x > 0) \text{ e } M_X(s) = \frac{\lambda}{\lambda - s}; \bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}; S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n} - \bar{X}^2;;$$

$$(n-1)S'^2 = nS^2; X \sim \chi^2_{(n)} \Rightarrow E(X) = n; \text{Var}(X) = 2n; X \sim N(0; 1) \Rightarrow X^2 \sim \chi^2_{(1)}; X \sim G(n; \lambda) \Rightarrow 2\lambda X \sim \chi^2_{(2n)};$$

$$X \sim N(0; 1) \text{ e } Y \sim \chi^2_{(n)} \Rightarrow \frac{X}{\sqrt{Y/n}} \sim t_{(n)}$$

[Atenção: Cada resposta certa vale 2,5 cada resposta errada vale -2,5. A classificação desta questão variará entre um mínimo de zero e um máximo de 10

1. Sejam A e B acontecimentos com probabilidade positiva de um espaço de resultados Ω .
Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva:

	V	F
O preço de fecho de uma acção na Bolsa de Valores de Lisboa é uma variável aleatória discreta.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se $P(A B) < P(A)$ então A e B não são acontecimentos independentes.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se A e B são acontecimentos incompatíveis então $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se A_1, A_2 e A_3 constituem uma partição do espaço de resultados, então os acontecimentos A_1, A_2 e A_3 são incompatíveis.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2. Seja X uma variável aleatória discreta com função de distribuição $F(x)$, função probabilidade $f(x)$ e $a \in \mathbb{R}$
Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva:

	V	F
Se X tem distribuição uniforme em n pontos, então $F_X(x)$ é constante.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se $a, b \in \mathbb{R}, a < b$ então $P(a \leq X < b) = F(b) - F(a)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
A variável aleatória $Y = \varphi(X)$ pode ser discreta, contínua ou mista	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Os pontos de descontinuidade de $F(x)$ pertencem ao conjunto $\{x \in \mathbb{R} : P(X = x) > 0\}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

3. Seja (X, Y) uma variável aleatória bidimensional contínua com função distribuição conjunta $F_{X,Y}(x, y)$ e $F_X(x)$ função distribuição marginal de X.
Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva:

	V	F
Se $F_{X,Y}(3, 5) = 1$, Então $F_{X,Y}(4, 1) < 1$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se $\text{Cov}(X, Y) = 0$ pode concluir-se que X e Y são v.a.(s) independentes	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se X e Y são independentes então $E(X Y = y) = E(X)$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
A probabilidade condicionada $P(X \leq x Y \leq y) = F_{X,Y}(x, y) / F_Y(y)$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

4. Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva:

	V	F
Se $X \sim N(0,9) \Rightarrow (X/3)^2 \sim \chi^2_{(1)}$.		
Se $X_1 \sim B(5; 0.1)$ e $X_2 \sim B(3; 0.1)$ são v.a.(s) independentes então $X_1 + X_2 \sim B(8; 0.1)$		
Num processo de Poisson o número médio de ocorrências por hora é igual a λ . O tempo de espera entre ocorrências consecutivas tem uma distribuição exponencial de parâmetro λ .		
Se $X \sim U(1, 5)$ então a mediana de X é igual a $1/5$.		

5. Seja $(X_1, X_2, \dots, X_n), n > 2$, uma amostra casual simples retirada de uma População X de parâmetros desconhecidos. Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva

	V	F
A variância da variância corrigida da amostra dá, em média, valores iguais à variância da população		
$(X_i - \bar{X})/\sigma$ é uma estatística		
$(X_i - \bar{X})/\sigma \sim N(0, (n + 1)/n)$		
Se a população $X \sim Ex(\lambda)$ então $2\lambda \sum_{i=1}^n X_i \sim G(n, 1/2)$		

6. Mostre que a função distribuição de X condicionada por $a < X \leq b$ é dada por:

$$F_{X|a < X \leq b}(x) = \begin{cases} 0 & x \leq a \\ \frac{F_X(x) - F_X(a)}{F_X(b) - F_X(a)} & a < x \leq b \\ 1 & x \geq b \end{cases}$$

Justifique cuidadosamente todos os passos. [Cotação: 15]

7. Se $X \sim U(a, b)$ demonstre que os momentos em relação à média de ordem ímpar são nulos. [Sugestão: utilize a definição de momento de ordem r em relação à média] [Cotação: 15]

Cotação da 1º Parte: 8 Valores. As respostas são efectuadas no espaço a seguir disponível. A cotação das perguntas de Verdadeiro e Falso é feita sempre da mesma maneira. No decorrer da prova não serão prestados quaisquer esclarecimentos. Não pode utilizar calculadora nem qualquer meio de consulta. BOA SORTE!

Nome: _____ Número: _____

Formulário

Axiomática: P1. $P(A) \geq 0$ P2. $P(\Omega) = 1$ P3. Se $A \cap B = \emptyset$ então $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

$$\text{Var}(X) = E(X - \mu)^2 = E(X^2) - \mu^2; \text{Cov}(X, Y) = E\{(X - \mu_X)(Y - \mu_Y)\} = E(XY) - E(X)E(Y); \rho_{X,Y} = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sigma_X \sigma_Y}$$

$$E(aX + bY) = aE(X) + bE(Y); \text{Var}(aX + bY) = a^2 \text{Var}(X) + b^2 \text{Var}(Y) + 2ab \text{Cov}(X, Y); E(Y) = E_X[E(Y | X)];$$

Função geradora de momentos: $M_X(s) = E(e^{sX})$; $E(X^r) = M_X^{(r)}(0)$;

$$X \sim \text{Po}(\lambda) \Rightarrow f(x) = (e^{-\lambda} \lambda^x) / x! (\lambda > 0, x = 0, 1, \dots); X \sim B(n, \theta) \Rightarrow f(x) = \binom{n}{x} \theta^x (1 - \theta)^{n-x} (n > 1, x = 0, 1, \dots, n)$$

$$X \sim \text{Ex}(\lambda) \Rightarrow F(x) = 1 - e^{-\lambda x} (x > 0); \bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}; S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n} - \bar{X}^2; (n-1)S^2 = n S^2$$

$$X \sim \chi_{(n)}^2 \text{ então } E(X) = n; \text{Var}(X) = 2n; X \sim N(0; 1) \Rightarrow X^2 \sim \chi_{(1)}^2; X \sim G(n; \lambda) \Rightarrow 2\lambda X \sim \chi_{(2n)}^2;$$

$$X \sim N(0; 1) \text{ e } Y \sim \chi_{(n)}^2 \Rightarrow X / \sqrt{Y/n} \sim t_{(n)}$$

[Atenção: Cada resposta certa vale 2,5 cada resposta errada vale -2,5. A classificação desta questão variará entre um mínimo de zero e um máximo de 10]

1. Sejam A e B acontecimentos com probabilidade positiva, de um espaço de resultados Ω . Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva:

V F

O número de acções de uma empresa particular, que são negociadas a cada dia útil é uma variável aleatória discreta.		
Se $P(A B) > P(A)$ então A e B são acontecimentos independentes .		
Se A e B são acontecimentos incompatíveis então $P(A B) = P(A)$		
Se A_1, A_2 e A_3 constituem uma partição do espaço de resultados, então os acontecimentos A_1, A_2 e A_3 são independentes.		

2. Seja X uma variável aleatória contínua com função de distribuição $F(x)$, função densidade de probabilidade $f(x)$. Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva:

V F

Se $X \sim U(a, b)$, $a < b, a, b \in \mathbb{R} \Rightarrow F_X(x)$ é constante no intervalo (a, b)		
Se $a, b \in \mathbb{R}, a < b$ então $P(a \leq X < b) = F(b) - F(a)$		
Se a variável aleatória $Y = \varphi(X)$ então Y só pode ser contínua ou mista		
$F(x)$ não tem pontos de descontinuidade em todo o seu domínio		

3. Seja (X, Y) uma variável aleatória bidimensional contínua com função distribuição conjunta $F_{X,Y}(x, y)$ e $F_X(x)$ função distribuição marginal de X.

Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva:

V F

Se $F_{X,Y}(5, 3) = 1$, Então $F_{XY}(4, 4) = 1$		
Se $\text{Cov}(X, Y) \neq 0$ pode concluir-se que X e Y não são v.a.(s) independentes		
Se X e Y são independentes então $E(X Y = y) = E(X)$.		
A probabilidade condicionada $P(Y \leq y X \leq x) = F_{X,Y}(x, y) / F_X(x)$.		

4. Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva:

	V	F
Se $X \sim N(2,1) \Rightarrow (X - 2)^2 \sim \chi_{(1)}^2$.		
Se $X_1 \sim B(5; 0.1)$ e $X_2 \sim B(3; 0.1)$ então $X_1 + X_2 \sim B(8; 0.1)$		
Num processo de Poisson o número médio de ocorrências por hora é igual a λ . O tempo médio de espera entre ocorrências consecutivas é $1/\lambda$		
Se $X \sim U(1, 3)$ então a mediana de X é igual a 2.		

5. Seja $(X_1, X_2, \dots, X_n), n > 2$, uma amostra casual simples retirada de uma População X de parâmetros desconhecidos.

Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva:

	V	F
A variância da variância da amostra dá, em média, valores inferiores à variância da população		
$(X_i - \bar{X})$ é uma estatística		
$(X_i - \bar{X}) \sim N\left(0, \frac{n+1}{n} \sigma_X^2\right)$		
Se a população $X \sim Ex(\lambda)$ então $\bar{X} \sim G(n, \lambda n)$		

6. Mostre que a função distribuição de X condicionada por $a < X \leq b$ é dada por:

$$F_{X|a < X \leq b}(x) = \begin{cases} 0 & x \leq a \\ \frac{F_X(x) - F_X(a)}{F_X(b) - F_X(a)} & a < x \leq b \\ 1 & x \geq b \end{cases}$$

Justifique cuidadosamente todos os passos. [Cotação: 15]

7. Se $X \sim U(a, b)$ demonstre que os momentos em relação à média de ordem ímpar são nulos. [Sugestão: utilize a definição de momento de ordem r em relação à média] [Cotação: 15]

Cotação da 1º Parte: 8 Valores. As respostas são efectuadas no espaço a seguir disponível. A cotação das perguntas de Verdadeiro e Falso é feita sempre da mesma maneira. No decorrer da prova não serão prestados quaisquer esclarecimentos. Não pode utilizar calculadora nem qualquer meio de consulta. BOA SORTE!

Nome: _____ Número: _____

Formulário

Axiomática: P1. $P(A) \geq 0$ P2. $P(\Omega) = 1$ P3. Se $A \cap B = \emptyset$ então $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

$$\text{Var}(X) = E(X - \mu)^2 = E(X^2) - \mu^2; \text{Cov}(X, Y) = E\{(X - \mu_X)(Y - \mu_Y)\} = E(XY) - E(X)E(Y); \rho_{X,Y} = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sigma_X \sigma_Y}$$

$$E(aX + bY) = aE(X) + bE(Y); \text{Var}(aX + bY) = a^2\text{Var}(X) + b^2\text{Var}(Y) + 2ab\text{Cov}(X, Y); E(Y) = E_X[E(Y | X)];$$

Função geradora de momentos: $M_X(s) = E(e^{sX})$; $E(X^r) = M_X^{(r)}(0)$

$$X \sim \text{Po}(\lambda) \Rightarrow f(x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} (\lambda > 0, x = 0, 1, \dots); X \sim B(n, \theta) \Rightarrow f(x) = \binom{n}{x} \theta^x (1 - \theta)^{n-x} (n > 1, x = 0, 1, \dots, n)$$

$$X \sim \text{Ex}(\lambda) \Rightarrow F(x) = 1 - e^{-\lambda x} (x > 0); \bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}; S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n} - \bar{X}^2; (n-1)S'^2 = nS^2$$

$$X \sim \chi_{(n)}^2 \text{ então } E(X) = n; \text{Var}(X) = 2n; X \sim N(0; 1) \Rightarrow X^2 \sim \chi_{(1)}^2; X \sim G(n; \lambda) \Rightarrow 2\lambda X \sim \chi_{(2n)}^2;$$

$$X \sim N(0; 1) \text{ e } Y \sim \chi_{(n)}^2 \Rightarrow \frac{X}{\sqrt{Y/n}} \sim t_{(n)}$$

[Atenção: Cada resposta certa vale 2,5 cada resposta errada vale -2,5. A classificação desta questão variará entre um mínimo de zero e um máximo de 10]

1. Sejam A e B acontecimentos de um espaço de resultados Ω , com probabilidade positiva. Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva:

	V	F
O preço de fecho de uma acção na Bolsa de Valores de Lisboa é uma variável aleatória contínua.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se $P(A B) < P(A)$ então A e B são acontecimentos independentes .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se A e B não são acontecimentos incompatíveis então $P(A \cup B) > P(A) + P(B)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se A_1, A_2 e A_3 constituem uma partição do espaço de resultados, então $P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = 0$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2. Seja X uma variável aleatória discreta com função de distribuição $F(x)$, função probabilidade $f(x)$. Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva:

	V	F
Se X tem distribuição uniforme em n pontos, então $F_X(x)$ é estritamente crescente.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se $a, b \in \mathbb{R}, a < b$ então $P(a < X \leq b) = F(b) - F(a - 0)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se a variável aleatória $Y = \varphi(X)$ então Y só pode ser discreta	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$F(x)$ pode ter uma infinidade de pontos de descontinuidade	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

3. Seja (X, Y) uma variável aleatória bidimensional contínua com função distribuição conjunta $F_{X,Y}(x, y)$ e $F_X(x)$ função distribuição marginal de X. Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva:

	V	F
Se $F_{X,Y}(5, 3) = 1$, Então $F_{XY}(2, 6) = 1$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se X e Y são v.a.(s) independentes então pode concluir-se que $\text{Cov}(X, Y) = 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se X e Y são independentes então $E(Y X = x) = E(Y)$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
A probabilidade condicionada $P(Y \leq y X \leq x) = F_{X,Y}(x, y) / F_X(x)$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

4. Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva:

	V	F
Se $X \sim N(0,25) \Rightarrow (X/5)^2 \sim \chi_{(1)}^2$.		
Se $X_1 \sim B(5; 0.1)$ e $X_2 \sim B(5; 0.3)$ são v.a.(s) independentes então $X_1 + X_2 \sim B(10; 0.4)$		
Num processo de Poisson o número médio de ocorrências por hora é igual a λ . O tempo de espera entre ocorrências consecutivas tem uma distribuição exponencial de parâmetro $1/\lambda$		
Se $X \sim U(0, 4)$ então o 1º quartil de X é igual a 1.		

5. Seja $(X_1, X_2, \dots, X_n), n > 2$, uma amostra casual simples retirada de uma População X de parâmetros desconhecidos.

Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva:

	V	F
A variância da variância corrigida da amostra dá, em média, valores inferiores à variância da população		
$(X_i - \bar{X})/\sigma$ é uma estatística		
$(X_i - \bar{X})/\sigma \sim N(0, (n + 1)/n)$		
Se a população $X \sim Ex(\lambda)$ então $2\lambda \sum_{i=1}^n X_i \sim G(2n, 1/2)$		

6. Mostre que a função distribuição de X condicionada por $a < X \leq b$ é dada por:

$$F_{X|a < X \leq b}(x) = \begin{cases} 0 & x \leq a \\ \frac{F_X(x) - F_X(a)}{F_X(b) - F_X(a)} & a < x \leq b \\ 1 & x \geq b \end{cases}$$

Justifique cuidadosamente todos os passos.[Cotação: 15]

7. Se $X \sim U(a, b)$ demonstre que os momentos em relação à média de ordem ímpar são nulos. [Sugestão: utilize a definição de momento de ordem r em relação à média] [Cotação: 15]

Cotação da 1º Parte: 8 Valores. As respostas erradas descontam 0,5. As respostas são efectuadas no espaço a seguir disponível. A cotação das perguntas de Verdadeiro e Falso é feita sempre da mesma maneira. No decorrer da prova não serão prestados quaisquer esclarecimentos. Não pode utilizar calculadora nem qualquer meio de consulta. BOA SORTE!

Nome: _____ Número: _____

Formulário

Axiomática: P1. $P(A) \geq 0$ P2. $P(\Omega) = 1$ P3. Se $A \cap B = \emptyset$ então $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

$\text{Var}(X) = E(X - \mu)^2 = E(X^2) - \mu^2$; $\text{Cov}(X, Y) = E\{(X - \mu_X)(Y - \mu_Y)\} = E(XY) - E(X)E(Y)$; $\rho_{X,Y} = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sigma_X \sigma_Y}$

$E(aX + bY) = aE(X) + bE(Y)$; $\text{Var}(aX + bY) = a^2\text{Var}(X) + b^2\text{Var}(Y) + 2ab\text{Cov}(X, Y)$; $E(Y) = E_X[E(Y | X)]$;

Função geradora de momentos: $M_X(s) = E(e^{sX})$; $E(X^r) = M_X^{(r)}(0)$

$X \sim \text{Po}(\lambda) \Rightarrow f(x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$ ($\lambda > 0, x = 0, 1, \dots$); $X \sim B(n, \theta) \Rightarrow f(x) = \binom{n}{x} \theta^x (1 - \theta)^{n-x}$ ($n > 1, x = 0, 1, \dots, n$)

$X \sim \text{Ex}(\lambda) \Rightarrow F(x) = 1 - e^{-\lambda x}$ ($x > 0$); $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$; $S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n} - \bar{X}^2$; $(n-1)S^2 = n S^2$

$X \sim \chi_{(n)}^2$ então $E(X) = n$; $\text{Var}(X) = 2n$; $X \sim N(0; 1) \Rightarrow X^2 \sim \chi_{(1)}^2$; $X \sim G(n; \lambda) \Rightarrow 2\lambda X \sim \chi_{(2n)}^2$;

$X \sim N(0; 1)$ e $Y \sim \chi_{(n)}^2 \Rightarrow \frac{X}{\sqrt{Y/n}} \sim t_{(n)}$

[Atenção: Cada resposta certa vale 2,5 cada resposta errada vale -2,5. A classificação desta questão variará entre um mínimo de zero e um máximo de 10]

1. Sejam A,B e C acontecimentos com probabilidade positiva de um espaço de resultados Ω .
Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva:

	V	F
O número de acções de uma empresa particular, que são negociadas a cada dia útil é uma variável aleatória contínua.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se $P(A B) > P(A)$ então A e B são acontecimentos independentes .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se A e B não são acontecimentos incompatíveis então $P(A \cup B) < P(A) + P(B)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se A_1, A_2 e A_3 constituem uma partição do espaço de resultados, então $A_i \cap A_j = \emptyset \forall i, j = 1, 2, 3$ ($i \neq j$) .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2. Seja X uma variável aleatória contínua com função de distribuição $F(x)$, função densidade $f(x)$
Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva:

	V	F
Se $X \sim U(a, b)$, $a < b, a, b \in \mathbb{R} \Rightarrow F_X(x)$ é estritamente crescente no intervalo (a, b)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se $a, b \in \mathbb{R}, a < b$ e a ponto descontinuidade de $F_X(x)$ então $P(a \leq X < b) = F(b) - F(a - 0)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se a variável aleatória $Y = \varphi(X)$ então Y não pode ser discreta	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$F(x)$ é contínua em todo o seu domínio	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

3. Seja (X, Y) uma variável aleatória bidimensional contínua com função distribuição conjunta $F_{X,Y}(x, y)$ e $F_Y(y)$ função distribuição marginal de Y.
Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva:

	V	F
Se $F_{X,Y}(5, 3) = 1$, Então $F_{XY}(6, 4) < 1$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se $\text{Cov}(X, Y) = 0$ nada se pode concluir-se sobre a independência das v.a.(s) X e Y	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se X e Y são independentes então $E(Y X = x) = E(Y)$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
A probabilidade condicionada $P(Y \leq y X \leq x) = F_{X,Y}(x, y) / F_Y(y)$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

4. Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva:

	V	F
Se $X \sim N(5,1) \Rightarrow (X - 5)^2 \sim \chi^2_{(1)}$.		
Se $X_1 \sim B(5; 0.1)$ e $X_2 \sim B(5; 0.1)$ são v.a.(s) independentes então $X_1 + X_2 \sim B(5; 0.1)$		
Num processo de Poisson o número médio de ocorrências por hora é igual a λ . O tempo médio de espera entre ocorrências consecutivas é λ		
Se $X \sim U(1, 3)$ então a mediana de X é igual a 1.		

5. Seja $(X_1, X_2, \dots, X_n), n > 2$, uma amostra casual simples retirada de uma População X de parâmetros desconhecidos.

Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva:

	V	F
A variância da variância da amostra dá, em média, valores iguais à variância da população		
$(X_i - \bar{X})$ é uma estatística		
$(X_i - \bar{X}) \sim N(0, (n + 1)\sigma_X^2/n)$		
Se a população $X \sim Ex(\lambda)$ então $\bar{X} \sim G(n, \lambda n)$		

6. Mostre que a função distribuição de X condicionada por $a < X \leq b$ é dada por:

$$F_{X|a < X \leq b}(x) = \begin{cases} 0 & x \leq a \\ \frac{F_X(x) - F_X(a)}{F_X(b) - F_X(a)} & a < x \leq b \\ 1 & x \geq b \end{cases}$$

Justifique cuidadosamente todos os passos.[Cotação: 15]

7. Se $X \sim U(a, b)$ demonstre que os momentos em relação à média de ordem ímpar são nulos. [Sugestão: utilize a definição de momento de ordem r em relação à média] [Cotação: 15]



Exame Época Normal
2ª Parte – Prática – 80 minutos

Nome: _____ Número: _____

Espaço reservado para classificações

1a.(20)	2a.(10)	3a.(20)	4 a.(10)	4c. (20)	T:
	2b.(10)	3b.(20)	4 b.(10)		P:

1. Se o governo não cair a probabilidade de manutenção da política de austeridade é de 95%. Se o governo cair a probabilidade de manutenção da política de austeridade reduz-se para 40%. Sabendo que a probabilidade de o governo não cair é de 90% qual a probabilidade da política de austeridade se manter?

2. Os erros aleatórios percentuais associados às previsões que um economista faz para o governo podem ser bem modelados por uma distribuição normal com média 7 e desvio padrão 4. A previsão é considerada uma boa previsão se o erro de previsão for inferior a 0,4. Se o erro for superior a 0,4 então a previsão é considerada uma má previsão.

a) Qual a probabilidade de o economista obter uma boa previsão?

0.9500

0.0500

0.3400

0.6600

b) Admita que o economista faz 5 previsões. Qual a probabilidade de obter exactamente 3 previsões más

0.0226

0.0011

0.8574

0.0214

3. Seja X uma variável aleatória que representa a situação profissional de um indivíduo pertencente à população activa ($X=0$ se o indivíduo está empregado e 1 caso contrário) e seja a variável Y que representa a classe etária do mesmo indivíduo ($Y = 0$ se o indivíduo tem menos de 30 anos; $Y = 1$ se o indivíduo tem entre 30 e 45 anos; $Y = 2$ se o indivíduo tem 45 anos ou mais).

Sabendo que dos indivíduos desempregados:

- 25% têm entre 30 e 45 anos
- 50% têm menos de 30 anos

associe as letras a números de modo a que se tenha uma função de probabilidade conjunta, $f_{XY}(x, y)$.

	X		
Y	0	1	$f_Y(y)$
0	a	d	0,3
1	b	e	0,35
2	c	f	0,35
$f_X(x)$	0,6	0,4	

a) Serão as variáveis aleatórias independentes? Justifique.

b) Calcule o valor esperado de Y condicionado por $X = 1$.

4. Um exame de Estatística é composto exclusivamente por questões de escolha múltipla. O número de escolhas múltiplas que o Ernesto resolve em cada 5 minutos pode ser modelado por uma distribuição de Poisson de média 1.

a) Qual a probabilidade de num minuto o Ernesto resolver exactamente uma questão?

0.1637

0.3679

0.9825

0.7358

b) Qual a probabilidade de o Ernesto demorar menos de 5 minutos a responder a uma questão?

0.9933

0.3679

0.9179

0.0067

c) Seleccionadas aleatoriamente 3 questões do exame, qual a probabilidade de a que levou mais tempo a responder tenha demorado menos de 5 minutos?



Nome: _____ Número: _____

Espaço reservado para classificações

1a.(20)	2a.(10)	3a.(20)	4 a.(10)	4c. (20)	T:
	2b.(10)	3b.(20)	4 b.(10)		P:

1. Se o governo não cair a probabilidade de manutenção da política de austeridade é de 95%. Se o governo cair a probabilidade de manutenção da política de austeridade reduz-se para 40%. Sabendo que a probabilidade de o governo não cair é de 90% qual a probabilidade da política de austeridade se manter?

2. Os erros aleatórios percentuais associados às previsões que um economista faz para o governo podem ser bem modelados por uma distribuição normal com média 7 e desvio padrão 5. A previsão é considerada uma boa previsão se o erro de previsão for inferior a 0,6. Se o erro for superior a 0,6 então a previsão é considerada uma má previsão.

a) Qual a probabilidade de o economista obter uma boa previsão?

0.8997 0.3990 0.6010 0.1004

b) Admita que o economista faz 5 previsões. Qual a probabilidade de obter exactamente 3 previsões más.

0.0729 0.0815 0.7290 0.0081

3. Seja X uma variável aleatória que representa a situação profissional de um indivíduo pertencente à população activa (**$X=0$ se o indivíduo está empregado e 1 caso contrário**) e seja a variável Y que representa a classe etária do mesmo indivíduo (**$Y = 0$ se o indivíduo tem menos de 30 anos; $Y = 1$ se o indivíduo tem entre 30 e 45 anos; $Y = 2$ se o indivíduo tem 45 anos ou mais**).

Sabendo que dos indivíduos desempregados:

- 25% têm entre 30 e 45 anos
- 50% têm menos de 30 anos

associe as letras a números de modo a que se tenha uma função de probabilidade conjunta, $f_{XY}(x, y)$.

	X		
Y	0	1	$f_Y(y)$
0	a	d	0,3
1	b	e	0,35
2	c	f	0,35
$f_X(x)$	0,6	0,4	

a) Serão as variáveis aleatórias independentes? Justifique.

b) Calcule o valor esperado de Y condicionado por $X = 1$.

4. Um exame de Estatística é composto exclusivamente por questões de escolha múltipla. O número de escolhas múltiplas que o Ernesto resolve em cada 5 minutos pode ser modelado por uma distribuição de Poisson de média 1.

d) Qual a probabilidade de num minuto o Ernesto resolver exactamente duas questões?

0.9197

0.9989

0.0164

0.1839

e) Qual a probabilidade de o Ernesto demorar mais de 5 minutos a responder a uma questão?

0.9933

0.6321

0.3679

0.0067

f) Seleccionadas aleatoriamente 3 questões do exame, qual a probabilidade de a que levou mais tempo a responder tenha demorado mais de 5 minutos?



Exame Época Normal
2ª Parte – Prática – 80 minutos

Nome: _____ Número: _____

Espaço reservado para classificações

1a.(20)	2a.(10)	3a.(20)	4 a.(10)	4c. (20)	T:
	2b.(10)	3b.(20)	4 b.(10)		P:

1. Se o governo não cair a probabilidade de manutenção da política de austeridade é de 95%. Se o governo cair a probabilidade de manutenção da política de austeridade reduz-se para 40%. Sabendo que a probabilidade de o governo não cair é de 90% qual a probabilidade da política de austeridade se manter?

2. Os erros aleatórios percentuais associados às previsões que um economista faz para o governo podem ser bem modelados por uma distribuição normal com média 7 e desvio padrão 4. A previsão é considerada uma boa previsão se o erro de previsão for inferior a 0,4. Se o erro for superior a 0,4 então a previsão é considerada uma má previsão.

- c) Qual a probabilidade de o economista obter uma má previsão?

0.0500 0.9500 0.6600 0.3400

- d) Admita que o economista faz 5 previsões. Qual a probabilidade de obter exactamente 3 previsões boas.

0.9999 0.0011 0.0001 0.0214

3. Seja X uma variável aleatória que representa a situação profissional de um indivíduo pertencente à população activa (**$X=0$ se o indivíduo está empregado e 1 caso contrário**) e seja a variável Y que representa a classe etária do mesmo indivíduo (**$Y = 0$ se o indivíduo tem menos de 30 anos; $Y = 1$ se o indivíduo tem entre 30 e 45 anos; $Y = 2$ se o indivíduo tem 45 anos ou mais**).

Sabendo que dos indivíduos desempregados:

- 25% têm entre 30 e 45 anos
- 50% têm menos de 30 anos

associe as letras a números de modo a que se tenha uma função de probabilidade conjunta, $f_{XY}(x, y)$.

	X		
Y	0	1	$f_Y(y)$
0	a	d	0,3
1	b	e	0,35
2	c	f	0,35
$f_X(x)$	0,6	0,4	

- a) Serão as variáveis aleatórias independentes? Justifique.

- b) Calcule o valor esperado de Y condicionado por $X = 1$.

4. Um exame de Estatística é composto exclusivamente por questões de escolha múltipla. O número de escolhas múltiplas que o Ernesto resolve em cada 5 minutos pode ser modelado por uma distribuição de Poisson de média 2.

a) Qual a probabilidade de num minuto o Ernesto resolver exactamente uma questão?

0.2707

0.9348

0.4060

0.2681

b) Qual a probabilidade de o Ernesto demorar menos de 5 minutos a responder a uma questão?

1.0000

0.8647

0.0000

0.1353

g) Seleccionadas aleatoriamente 3 questões do exame, qual a probabilidade de a que levou mais tempo a responder tenha demorado menos de 5 minutos?



Nome: _____ Número: _____

Espaço reservado para classificações

1a.(20)	2a.(10)	3a.(20)	4 a.(10)	4c. (20)	T:
	2b.(10)	3b.(20)	4 b.(10)		P:

1. Se o governo não cair a probabilidade de manutenção da política de austeridade é de 95%. Se o governo cair a probabilidade de manutenção da política de austeridade reduz-se para 40%. Sabendo que a probabilidade de o governo não cair é de 90% qual a probabilidade da política de austeridade se manter?

2. Os erros aleatórios percentuais associados às previsões que um economista faz para o governo podem ser bem modelados por uma distribuição normal com média 7 e desvio padrão 5. A previsão é considerada uma boa previsão se o erro de previsão for inferior a 0,6. Se o erro for superior a 0,6 então a previsão é considerada uma má previsão.

a) Qual a probabilidade de o economista obter uma má previsão?

0.8997 0.3990 0.6010 0.1004

b) Admita que o economista faz 5 previsões. Qual a probabilidade de obter exactamente 3 previsões boas. [Se utiliza tabelas arredonde o valor de obter uma boa previsão]

0.0729 0.0815 0.7290 0.0081

3. Seja X uma variável aleatória que representa a situação profissional de um indivíduo pertencente à população activa ($X=0$ se o indivíduo está empregado e 1 caso contrário) e seja a variável Y que representa a classe etária do mesmo indivíduo ($Y = 0$ se o indivíduo tem menos de 30 anos; $Y = 1$ se o indivíduo tem entre 30 e 45 anos; $Y = 2$ se o indivíduo tem 45 anos ou mais).

Sabendo que dos indivíduos desempregados:

- 25% têm entre 30 e 45 anos
- 50% têm menos de 30 anos

associe as letras a números de modo a que se tenha uma função de probabilidade conjunta, $f_{XY}(x, y)$.

	X		
Y	0	1	$f_Y(y)$
0	a	d	0,3
1	b	e	0,35
2	c	f	0,35
$f_X(x)$	0,6	0,4	

a) Serão as variáveis aleatórias independentes? Justifique.

b) Calcule o valor esperado de Y condicionado por $X = 1$.

4. Um exame de Estatística é composto exclusivamente por questões de escolha múltipla. O número de escolhas múltiplas que o Ernesto resolve em cada 5 minutos pode ser modelado por uma distribuição de Poisson de média 2.

a) Qual a probabilidade de num minuto o Ernesto resolver exactamente duas questões?

0.0536

0.9921

0.2707

0.6767

b) Qual a probabilidade de o Ernesto demorar mais de 5 minutos a responder a uma questão?

0.9933

0.6321

0.3679

0.0067

c) Seleccionadas aleatoriamente 3 questões do exame, qual a probabilidade de a que levou mais tempo a responder tenha demorado mais de 5 minutos?